子どもはどのように数学力を身につけていくか
ー数言語、数直線、および空間思考の役割ー

カリフォルニア大学サンタバーバラ校
教育学博士　岡本ゆかり

主な研究分野

- **認知発達（新ピアジェ派）**
  - **Okamoto, Y.** (1996). Modeling children's understanding of quantitative relations in texts: A developmental perspective. *Cognition and Instruction*, *14*(4), 409-440.
- **言語と数学力との関係**
  - **Okamoto, Y.** (2015). Mathematics Learning in the USA and East Asia: Influences of Language. In R. Kadosh & A. Dowker (Eds.), *Oxford Handbook of Numerical Cognition*. UK: Oxford University Press.
- **授業実践の国際比較（数学、理科）**
  - Roth, K.J., Druker, S.L., Garnier, H., Lemmens, L., Chen, C., Kawaka, T, **Okamoto, Y.**, Rasmussen, D., Trubacova, S., Warvi, D., Gonzales, P., Stigler, J., & Gallimore, R. (2006). Teaching Science in Five Countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study of Eighth-grade Science Teaching. U.S. Department of Education.
- **有理数（分数、割合）**
  - Siegler, R., Carpenter, T., Fennell, F., Geary, D., Lewis, J., **Okamoto, Y.**, Thompson, L., & Wray, J. (2010). *Developing effective fractions instruction for kindergarten through 8th grade: A practice guide*). National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.
- **数直線的思考の利点**
  - Zhang, Y., & Okamoto, Y. (2017). Encoding "10ness improves first graders' estimation of numerical magnitudes. *Journal of Numerical Cognition, 2,* 202-219.
- **空間思考**
  - Davis, B., & **The Spatial Reasoning Study Group**. (2015). Spatial reasoning in the early years: Principles, assertions, and speculations. New York: Routledge.
- **Biology/health science curriculum for Latino children from low-income families**
- **プログラミング、空間理解、数学力**
  - Francis, K., Bruce, C., Davis, B., Drefs, M., Hallowell, D., Hawes, Z., McGarvey, L., Moss, J., Mulligan, J., **Okamoto**, Y., Sinclair, N., Whiteley, W., & Woolcott, G. (2017). Multidisciplinary perspectives on a video case of children designing and coding for robotics. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *17(3)*, 165-178.

日本語と英語の数詞の数え方

1から10までの数

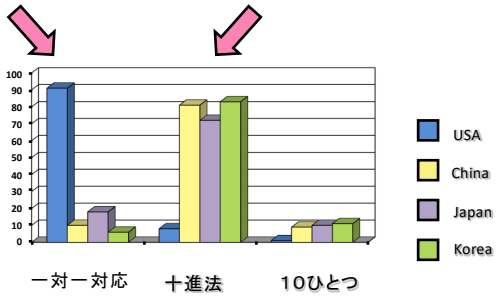
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
One	Two	Three	Four	Five	Six	Seven	Eight	Nine	Ten

10より大きい数

11	12	13	14	20	30	40	44
Eleven	Twelve	Thirteen	Fourteen	Twenty	Thirty	Forty	Forty-four

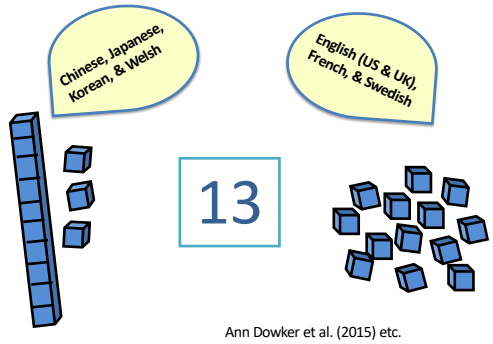
英語の表現は十進法に則っているとは言い難い

小学1年生の二桁の数の認知、理解



Miura, I. T., Kim, C. C., Chang, C.-M., & Okamoto, Y. (1988)

Any other languages?

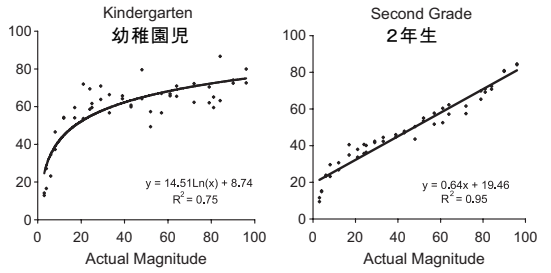


Ann Dowker et al. (2015) etc.

どういう利点があるか

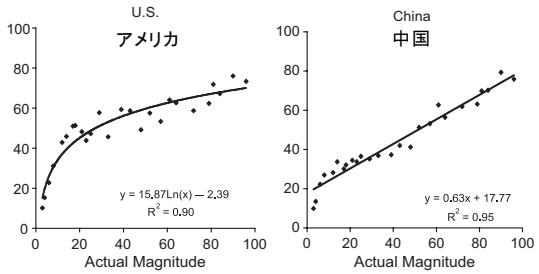
- 10をベースにした考え方
- 筆算のやり方
- 数の位置の見積もり

数の位置の見積もり
米国の子どもの結果



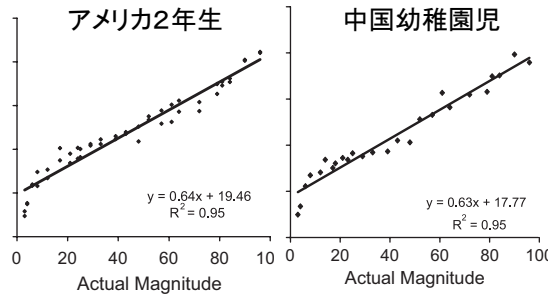
Siegler & Booth, 2004

数の位置の見積もり
米国と中国の幼稚園児の比較



Siegler & Mu, 2008

数の位置の見積もり
米国と中国の子どもの比較

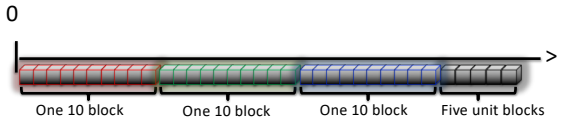


Siegler & Booth, 2004

Siegler & Mu, 2008

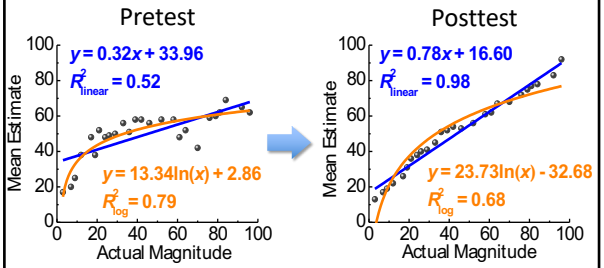
米国語を話す児童に10の概念を指導
実験群

35はどこにあるかな

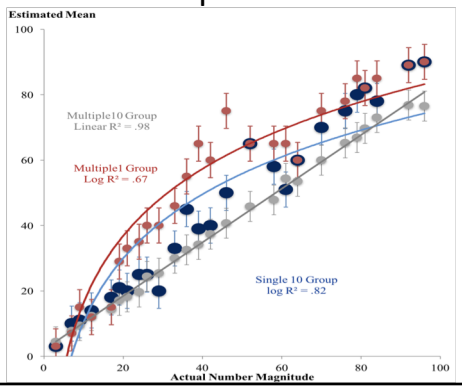


Zhang, Y., & Okamoto, Y. (2017)

Training effects



Three Groups at Posttest



考察

- 短期の介入で米国の１年生は2年生のような理解をしめした。
- 数学言語に関する研究をふまてた授業介入で、子どもの数学力に影響を及ぼすことが可能である。

言語と数学力との関係

- 位取りの概念の理解
- １0をベースにした考え方
- 筆算のやり方
- 数の位置の見積もり

日本語は最適？

- 欠点　classifier system
- 日本語も韓国語も2つの数詞の数え方がある

韓国語の数詞の数え方

１から１0までの数

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I-K	hana	dool	set	net	dasut	yusut	ilgop	yudulp	ahop	yul
S-K	il	ee	sam	sah	oh	yook	chil	pal	goo	shib

１0より大きい数

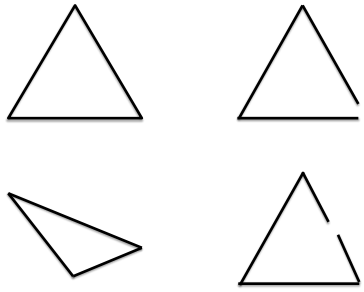
	11	12	13	14
I-K	yul-hana	yul-dool	yul-set	yul-net
S-K	shib-il	shib-ee	shib-sam	shib-sah

	20	25	35	45
I-K	sumul	sumul-dasut	sulheun-dasut	maheun-dasut
S-K	ee-shib	ee-shib-oh	sam-shib-oh	sah-shib-oh

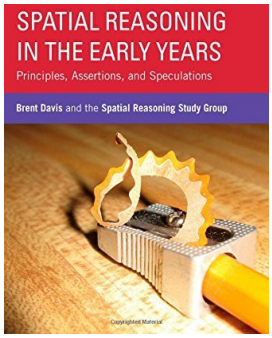
S-K 十進法に則っているが、I-Kの表現は20以降はそうでない

図形の名称と図形の特徴の理解

- 三角形　ー　triangle
- 正方形　ー　square
- 長方形　ー　rectangle
- 台形　ー　trapezoid
- 五角形　ー　pentagon
- 三角柱　ー　triangular prism
- 四角錐　ー　square-based pyramid



空間思考と数学力



Canada
- University of Calgary
- University of Toronto
- University of Alberta
- University of Victoria
- Simon Fraser University
- Trent University
- Wilfrid Laurier University
- York University

Australia
- Macquarie University
- Southern Cross University

USA
- UC Santa Barbara

19

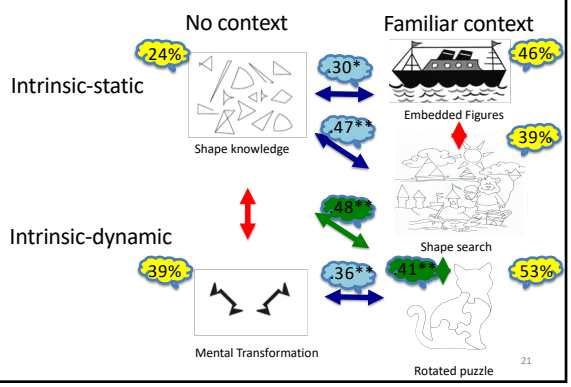
Preschoolers' Intrinsic Spatial Reasoning

- 45 children (22 girls)
- 4 years 6 months
- 5 measures

✓How do children do on the 5 measures (relations)?
✓Is familiarity a factor?
✓Any demographic factors?

20

Familiarity?



21

Demographic Factors?

- Only gender difference
  - Girls > Boys on the Puzzle task
- Only maternal education difference
  - Graduate School > High School on the Embedded Figures Test
- Age of preschool entry
  - Earlier > Later on all measures

22

Preschoolers' Intrinsic Spatial Reasoning

✓How do children do on the 5 measures (relations)?
- Mostly expected but some unexpected

✓Is familiarity a factor?
- Context matters

✓Any demographic factors?
- Early entry to preschool matters

23

空間理解と数学力

"The relation between spatial ability and mathematics is so well established…"

(Mix & Cheng, 2012, p. 206)

例えば…

- メンタル回転 -> SAT-M (Casey, Nuttall, Pezaris, & Benbow, 1995)
- 空間メカニカル思考 -> 数学力テスト (Casey, Nuttall, & Pezaris, 2001)
- メンタル回転 -> 数の位置の見積もり-> 概算 (Gunerson, Ramirez, Beilock & Levine, 2012)

24

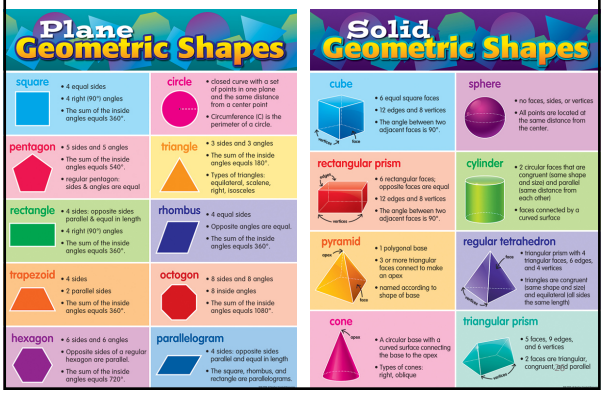
アメリカのカリキュラム

Common Core State Standards
幾何

- 幼稚園の年長さんは…
  - –図形を識別、説明できる
  - –複合された図形を分析、比較、そして作ることができる
- 小学校の一年生は…
  - –図形とその特徴について理由付けすることができる

25

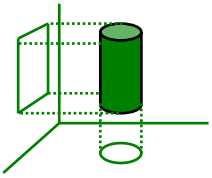
子ども教室などで図形の理解をどのように行うのか



小学校一年生は
図形をどのように理解しているか

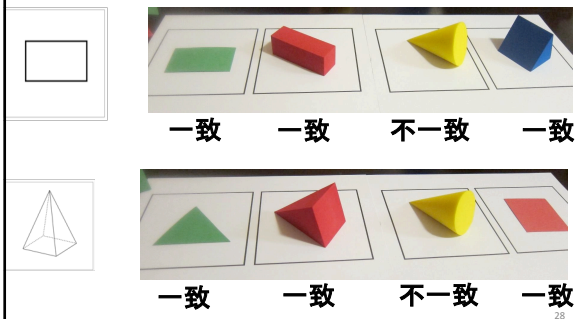
<u>参加者</u>
一年生 36名 (女児20名)

<u>課題</u>
図形の分解と合成



Hallowell, Okamoto, Romo, & La Joy (2015)

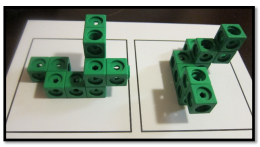
図形の分解と合成課題



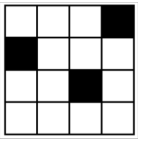
28

子どもの図形の理解？

- メンタル回転課題
  Casey et al. (2008)



- 空間スパン課題
  Crammond's (1992)



29

算数、数学の授業で
空間思考力を育む必要性

- 空間思考力は指導次第で伸びる
- 種々の授業介入で空間思考力の伸びが確認されている
  - コンピューターゲーム
  - 折り紙
  - パズル
  - 絵を描く
  - ブロック使用

30